

Zápočtový test z předmětu Základy programování

Za test je možné získat maximálně 8 bodů.

Minimální počet bodů pro získání zápočtu je 4.

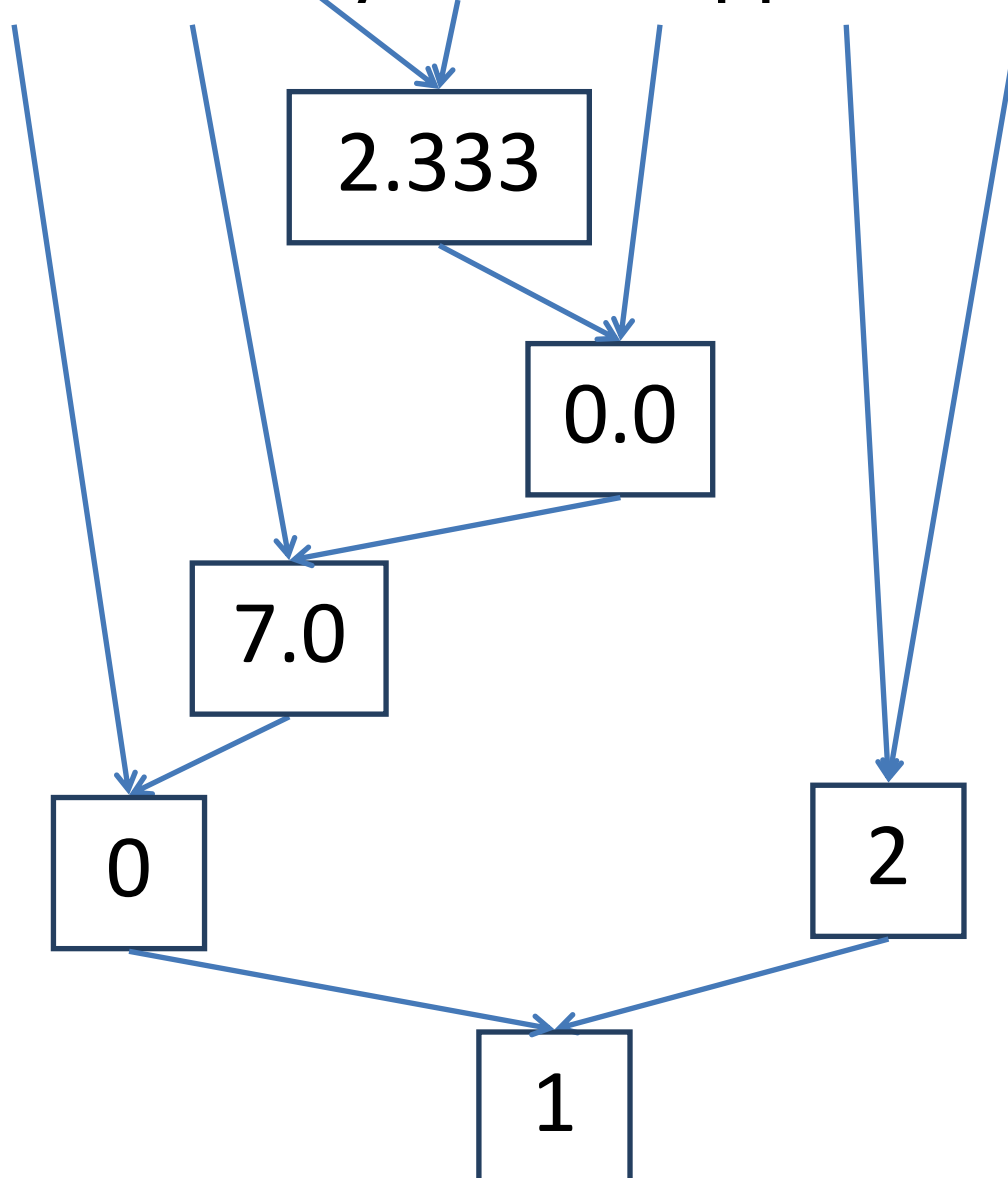
Pokud student nezíská 4 body, bude test psát na druhý pokus.

Student má k dispozici 2 pokusy o splnění zápočtového testu.

1. Vyhodnoťte výraz podle pravidel precedence a asociativity operátorů v jazyce C pomocí grafu typu strom.

3 body

$7.0 > 7 + 7 / 3.0 * 0 \mid \mid 'A' \% 7$



Poznámky:

- Řešení bude ohodnoceno 0 body, pokud v něm bude jakákoli chyba.
- Neuplatňujte zkrácené vyhodnocování booleanových výrazů, i když by bylo dle pravidel jazyka C na místě.

2. Určete pro každé ze zadaných čísel, jestli je reprezentovatelné ve dvojkové soustavě bez ztráty přesnosti a dokažte to.

1 bod

0,1298828125 opakovaně násobíme číslem 2 a dostaneme celé číslo 133 a to znamená, že je ve dvojkové soustavě reprezentovatelné bez ztráty přesnosti.

0,1353627624 opakovaně násobíme číslem 2 a jeho desetinná část celá nemizí a to znamená, že není reprezentovatelné bez ztráty přesnosti.

Poznámky:

- U čísel reprezentovatelných ve dvojkové soustavě bez ztráty přesnosti je třeba uvést i správnou hodnotu celého čísla vzniklého vynásobením testovaného čísla nějakou mocninou čísla 2. V tomto vzorovém zadání je to číslo 133.
- Nemusí vždy platit, že v zadání bude jedno číslo reprezentovatelné a druhé nebude.

3. V paměti je zapsáno číslo, které má v hexadecimální neboli šestnáctkové soustavě hodnotu AB. Jaká je neznaménková hodnota tohoto čísla v dekadické neboli desítkové soustavě a jaká je znaménková hodnota tohoto čísla v desítkové soustavě podle pravidel dvojkového doplňku v jednom bajtu neboli v 8 bitech?

2 body

Číslo AB převedeme z šestnáctkové do desítkové soustavy.

Hexadecimální číslice mají tyto dekadické hodnoty: A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

$$AB = A \cdot 16^1 + B \cdot 16^0 = 10 \cdot 16 + 11 \cdot 1 = 160 + 11 = 171$$

Hexadecimální číslo AB má v desítkové soustavě hodnotu 171.

Číslo 171 se převede z desítkové soustavy do dvojkové.

Řádek. Číslo = 2 · násobek + zbytek. Násobek se přenesse do dalšího řádku na místo čísla.

1.	171	=	2	·	85	+	1
2.	85	=	2	·	42	+	1
3.	42	=	2	·	21	+	0
4.	21	=	2	·	10	+	1
5.	10	=	2	·	5	+	0
6.	5	=	2	·	2	+	1
7.	2	=	2	·	1	+	0
8.	1	=	2	·	0	+	1

Přepíše se odzadu zbytky: 1010 1011

Interpretaci tohoto čísla podle pravidel dvojkového doplňku v 8 bitech je možné provést 2 metodami:

- 1) Odečteme číslo 1 a přehodíme bity nebo
- 2) Přehodíme bity a přičteme číslo 1.

Metoda 1)		Metoda 2)	
Původní číslo	1010 1011	Původní číslo	1010 1011
Odečteme 1	- 1	Po přehození bitů	0101 0100
Po odečtení 1	1010 1010	Přičteme 1	+ 1
Po přehození bitů	0101 0101	Po přičtení 1	0101 0101
Po odečtení 1 + Po přehození bitů = $2^8 - 1$ Původní číslo - 1 = Po odečtení 1 Původní číslo - 1 + Po přehození bitů = $2^8 - 1$ Po přehození bitů = $2^8 - 1 + 1 - \text{Původní číslo}$ Po přehození bitů = $2^8 - \text{Původní číslo}$		Původní číslo + Po přehození bitů = $2^8 - 1$ Původní číslo + Po přehození bitů + 1 = 2^8 Po přehození bitů + 1 = $2^8 - \text{Původní číslo}$ Po přičtení 1 = $2^8 - \text{Původní číslo}$	

Uveďte jen jeden z těchto dvou výše uvedených alternativních postupů včetně všech mezivýsledků.

Výsledné bity převedeme z dvojkové soustavy do desítkové a přidáme znaménko minus.

$$0101\ 0101 = 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 4 + 1 = 85$$

Předchozí převod se může nahradit jen bity s hodnotou 1:

$$0101\ 0101 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 4 + 1 = 85$$

Znaménková dekadická hodnota hexadecimálního čísla AB v jednom bajtu je -85.

Program v jazyce C, který má tento výsledek, může vypadat následovně:

```
1  #include <stdio.h>
2  int main(void)
3  {
4      unsigned int cislo;
5      printf("\nZadej hexadecimalni cislo: ");
6      scanf("%x", &cislo);
7      printf("%X %u %d", cislo, cislo, (signed char)cislo);
8      return 0;
9  }
```

Poznámky:

- Řešení bude ohodnoceno 0 body, pokud v něm nebude uveden postup, kterým může být výsledek získán bez použití kalkulačky. Platí to i v případě, že bude uveden správný výsledek (získaný například pomocí kalkulačky).
- Řešení bude ohodnoceno 1 bodem, pokud bude správně alespoň převod zadaného čísla z šestnáctkové soustavy do desítkové soustavy a potom z desítkové soustavy do dvojkové soustavy v 8 bitech. V tomto vzorovém zadání je to číslo 171 v desítkové soustavě a jeho hodnota ve dvojkové soustavě 1010 1011 a řádky nad těmito výsledky, které musí být bez chyby.

4. Časová náročnost výpočtu

2 body

- a) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný druhé mocnině n . Pro $n = 5000$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 5 minut. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 15000 hodnot?

$$\frac{5}{5000^2} = \frac{x}{(3 \cdot 5000)^2}$$

$$\frac{5}{5000^2} = \frac{x}{3^2 \cdot 5000^2}$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$\frac{5 \cdot 3^2 \cdot 5000^2}{5000^2} = x$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$x = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45 \text{ minut}$$

2 body

Alternativní řešení za méně bodů, protože neumožňuje efektivní vykrácení:

$$\frac{5}{5000^2} = \frac{x}{15000^2}$$

$$x = \frac{5 \cdot 15^2 \cdot 1000^2}{5^2 \cdot 1000^2} = \frac{5 \cdot 225}{25} = 45 \text{ minut}$$

1 bod

- b) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný třetí mocnině n . Pro $n = 6000$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 16 minut. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 21000 hodnot?

$$\frac{16}{(2 \cdot 3000)^3} = \frac{x}{(7 \cdot 3000)^3}$$

$$\frac{16}{2^3 \cdot 3000^3} = \frac{x}{7^3 \cdot 3000^3}$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$\frac{16 \cdot 7^3 \cdot 3000^3}{2^3 \cdot 3000^3} = x$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$x = 16 \cdot \frac{7^3}{2^3} = 16 \cdot \frac{343}{8} = 2 \cdot 343 = 686 \text{ minut}$$

2 body

Alternativní řešení za méně bodů, protože neumožňuje efektivní vykrácení:

$$\frac{16}{6000^3} = \frac{x}{21000^3}$$

$$x = \frac{16 \cdot 21^3 \cdot 1000^3}{6^3 \cdot 1000^3} = \frac{16 \cdot 9261}{216} = 686 \text{ minut}$$

1 bod

- c) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný čtvrté mocnině n . Pro $n = 6000$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 81 minut. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 10000 hodnot?

$$\frac{81}{(3 \cdot 2000)^4} = \frac{x}{(5 \cdot 2000)^4}$$

$$\frac{81}{3^4 \cdot 2000^4} = \frac{x}{5^4 \cdot 2000^4}$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$\frac{81 \cdot 5^4 \cdot 2000^4}{3^4 \cdot 2000^4} = x$$

Při odvozování je možné tento krok vynechat.

$$x = 81 \cdot \frac{5^4}{3^4} = 81 \cdot \frac{625}{81} = 625 \text{ minut}$$

2 body

Alternativní řešení za méně bodů, protože neumožňuje efektivní vykrácení:

$$\frac{81}{6000^4} = \frac{x}{10000^4}$$

$$x = \frac{81 \cdot 10000^4}{6000^4} = \frac{81 \cdot 10^4 \cdot 1000^4}{6^4 \cdot 1000^4} = \frac{81 \cdot 10000}{1296} = 625 \text{ minut}$$

1 bod

- d) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný $n!$. Pro $n = 5$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 3 minuty. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 7 hodnot?

$$\frac{3}{5!} = \frac{x}{7!}$$

$$x = \frac{3 \cdot 7!}{5!} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 3 \cdot 7 \cdot 6 = 126 \text{ minut}$$

2 body

Alternativní řešení za méně bodů, protože neumožňuje efektivní vykrácení:

$$\frac{3}{5!} = \frac{x}{7!}$$

$$x = \frac{3 \cdot 7!}{5!} = \frac{3 \cdot 5040}{120} = 126 \text{ minut}$$

1 bod

e) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný 2^n . Pro $n = 5$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 80 minut. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 3 hodnot?

$$\frac{80}{2^5} = \frac{x}{2^3}$$

$$x = \frac{80 \cdot 2^3}{2^5} = 80 \cdot 2^{3-5} = 80 \cdot 2^{-2} = \frac{80}{2^2} = \frac{80}{4} = 20 \text{ minut}$$

2 body

Alternativní řešení za méně bodů, protože neumožňuje efektivní vykrácení:

$$\frac{80}{2^5} = \frac{x}{2^3}$$

$$x = \frac{80 \cdot 8}{32} = 20 \text{ minut}$$

1 bod

f) Program, který dostane jako vstup n hodnot, vykoná při jejich zpracování počet instrukcí přímo úměrný $\log_2 n$. Pro $n = 2^8$ hodnot trvalo zpracování na počítači přibližně 80 minut. Kolik minut bude na stejném počítači za stejných podmínek trvat zpracování 2^{10} hodnot?

$$\frac{80}{\log_2 2^8} = \frac{x}{\log_2 2^{10}}$$

$$x = 80 \cdot \frac{10}{8} = 100 \text{ minut}$$

2 body

Varianty alternativních řešení za méně bodů, protože neumožňují efektivní vykrácení:

$$x = 80 \cdot \frac{\log_2 1024}{\log_2 256} = 80 \cdot \frac{10}{8} = 100 \text{ minut}$$

1 bod

$$x = 80 \cdot \frac{\log 1024}{\log 256} = 80 \cdot \frac{3,010}{2,408} = 100 \text{ minut (logaritmus o základu 10)}$$

1 bod

$$x = 80 \cdot \frac{\ln 1024}{\ln 256} = 80 \cdot \frac{6,931}{5,545} = 100 \text{ minut (přirozený logaritmus)}$$

1 bod

Poznámky:

- V testu bude jen jedna z variant typu úlohy a), b), c), d), e) nebo f).
 - Řešení bude ohodnoceno 0 body, pokud v něm nebude uveden správný výraz ve vzorci s hodnotami ze zadání ve formě $x = \text{výraz}$, který se po vyhodnocení rovná hodnotě, na kterou se zadání ptá. Platí to i v případě, že bude uveden správný výsledek.
 - Řešení bude ohodnoceno 1 bodem, pokud bude uveden správný výsledek, ale výraz pro x nebude efektivně vykrácen tak, aby to umožňovalo v případě malých vstupních hodnot výpočet bez kalkulačky.
-